

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Prova completa e recupero II parte di Matematica Generale (Cdl. EF)
Dott. Giovanni Masala – 17 gennaio 2015



Domanda 1 (punti 2).

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \log \frac{x^2 - 7x + 12}{x - 2}$$

Dominio	$E = (2, 3) \cup (4, +\infty)$
Positività	$P = (2, 4 - \sqrt{2}) \cup (4 + \sqrt{2}, +\infty)$
Intersezioni	$A(4 - \sqrt{2}; 0) \quad B(4 + \sqrt{2}; 0)$

Domanda 2 (punti 3).

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = \log \frac{x-1}{x^2}$

Derivata prima	$f' = \frac{2-x}{x^2-x} \quad E = (1, +\infty)$
Estremi	$M(2; -\log 4) \quad \text{cresce in } (1, 2)$

Domanda 3 (punti 3).

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = \frac{x^2 + 5}{x^2 + 3}$

Derivata prima	$f' = \frac{-4x}{(x^2 + 3)^2} \quad E = \mathbb{R}$
Derivata seconda	$f'' = \frac{12(x^2 - 1)}{(x^2 + 3)^3}$
Insieme di convessità Flessi	$F_1(1; 3/2) \quad F_2(-1; 3/2)$ concava in $(-1, 1)$

Domanda 4 (punti 2).

Determinare gli asintoti della funzione:

$$f(x) = \frac{3x^5 + 4x^4 - 6x + 5}{(x^2 - 1) \cdot (x^2 - 6x + 8)}$$

Dominio	$E = \mathbb{R} / \{-1, 1, 2, 4\}$
As. verticali	$x = -1, x = 1, x = 2, x = 4$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = 3x + 22$

Domande teoriche

- 1) Classificazione dei punti stazionari con esempi (punti 3)
- 2) Proprietà delle funzioni continue (punti 3)

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:



Domanda 5 (punti 3, 6*).

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):

$$\int_4^9 \frac{4x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx \quad \text{e} \quad \int x^2 \cdot e^{4x} dx$$

Integrale definito	primitiva: $x + \frac{8}{3}\sqrt{x^3}$ $\frac{167}{3}$
Integrale indefinito	$\frac{1}{32}e^{4x} \cdot (8x^2 - 4x + 1) + c$

Domanda 6 (punti 3, 6*). Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} k \cdot x + y + 2z = 4 \\ 3x - k \cdot y + 5z = 1 \\ -3x + y - 3z = k \end{cases}$$

Compatibilità	$k \neq 0; 11/3$: sol. unica $k = 0$: incompatibile $k = 11/3$: incompatibile
Soluzioni	$\left(x = \frac{2k^2 + 17k - 15}{3k^2 - 11k}; y = \frac{-5k^2 + 3k - 18}{3k^2 - 11k}; z = \frac{-k^3 - 16k + 9}{3k^2 - 11k} \right)$

Domanda 7 (punti 4, 8*). Data la funzione $z = f(x, y) = x^2 - 2x \cdot y + 4y^2 + 3x + 6y + 4$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = 2x + 4y = 4$

Derivate parziali	$f_x = 2x - 2y + 3 \quad f_y = -2x + 8y + 6$
Estremi liberi	$m(-3; -3/2) \quad z = -5 \quad H = 12$
Estremi vincolati	$m(1; 1/2) \quad \lambda = 2 \quad z = 11$ $H = -96$

Domande teoriche.

- 3) Il teorema di Barrow-Torricelli con dimostrazione (punti 4, 4*)
- 4) Il teorema di Rouché-Capelli (punti 3*)
- 5) Definizione e ricerca dei punti di sella (punti 3*)

Domande teoriche: 1, 2, 3 per la prova completa; 3, 4, 5 per il recupero della II parte.
Punteggi II parte contrassegnati con *.